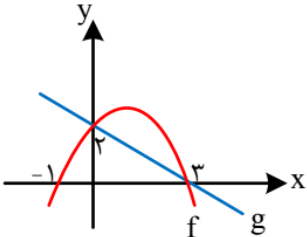
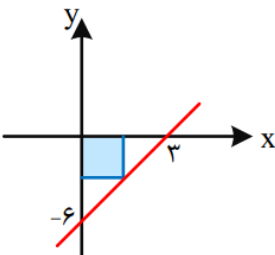


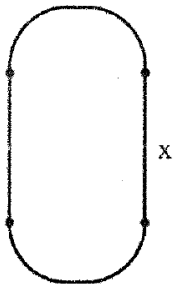
دبیرستان پسرانه غیردولتی هاتف	سال: دهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۳
	درس: ریاضی	نام و نام خانوادگی:
	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آزمون پایان نوبت اول

ردیف	پرسش‌ها	بارم
۱	اگر تابع $f(x) = (ax - 3)(x - 2b) + 2x^2 - 6$ یک تابع همانی باشد، مقدار C را به گونه ای تعیین کنید تا تابع $g(x) = \frac{bx+4}{ax+c}$ یک تابع ثابت باشد.	۱/۵
۲	نمودار توابع f, g به صورت مقابل است، مقدار $fog(1)$ را بدست آورید. 	۲
۳	در شکل مقابل مساحت مربع را بدست آورید. 	۱/۵

پنجره ای تشکیل شده از یک مستطیل و دو نیم دایره به شکل زیر موجود است. محیط این پنجره ۱۲۰ واحد می باشد. اگر شعاع نیم دایره ها را r

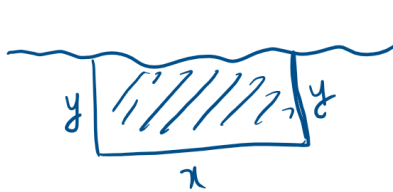
در نظر بگیریم:

الف) مساحت این پنجره را به صورت تابعی از شعاع نوشته و آن را $S(r)$ بنامید.



ب) در یک پنجره بیشترین نوردهی زمانی اتفاق می افتد که (محیط پنجره/مساحت پنجره) بیشترین باشد. (یک گزینه را انتخاب کنید)

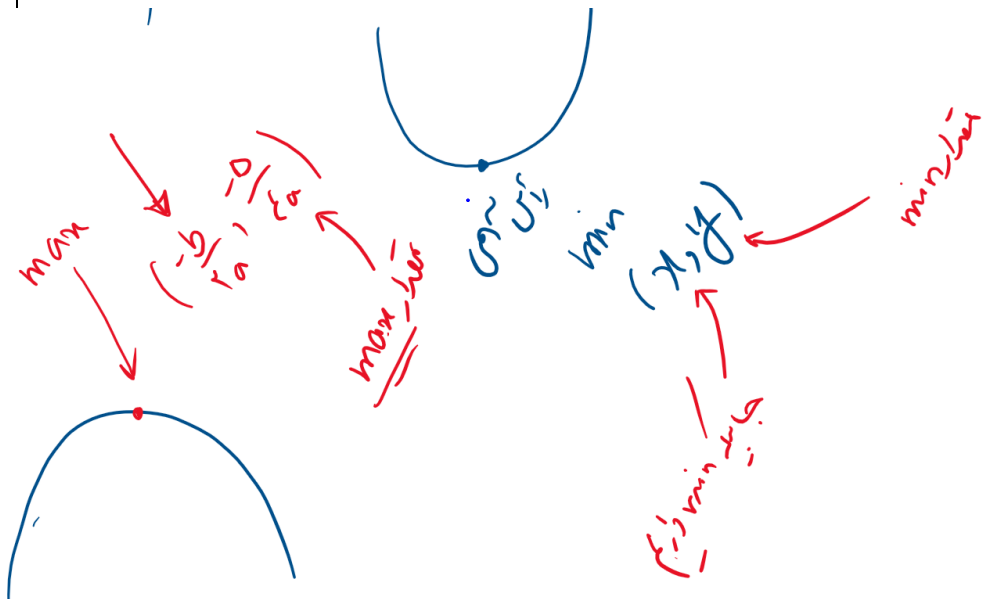
ج) بیشترین نوردهی ممکن برای این پنجره را بدست آورید



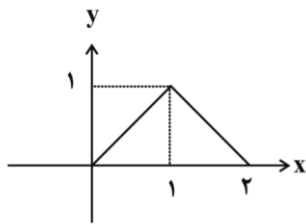
$$x + 2y = 70 \rightarrow x = 70 - 2y$$

$$S = xy = (70 - 2y)y = -2y^2 + 70y$$

$$-2 \cdot 0^2 + 70 \cdot 0$$



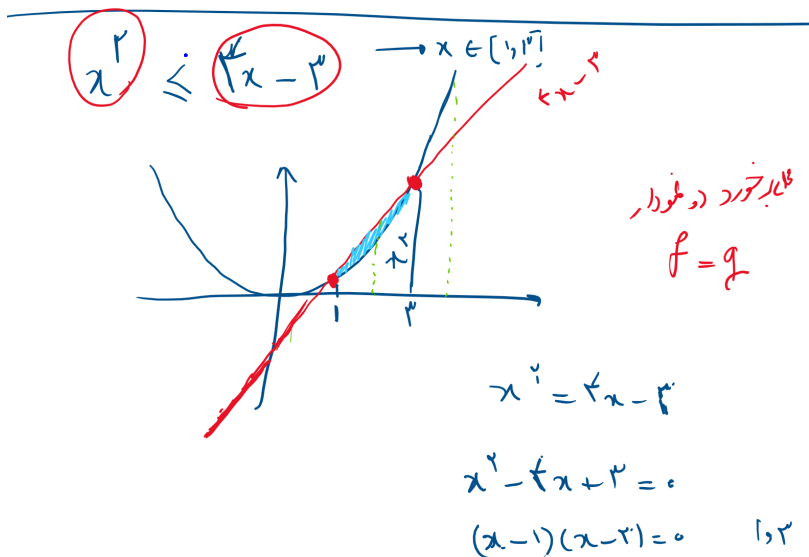
 دبیرستان پسرانه غیردولتی هاتف	سال: دهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۳
	درس: ریاضی	نام و نام خانوادگی:
	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آزمون پایان نوبت اول



نمودار تابع $f(x)$ به صورت روبرو است:
الف) نمودار تابع $f(2x)$, $f(1-x)$ را رسم کنید.

ب) دامنه و برد توابع $f(x)$, $f(1-x)$, $f(2x)$ را بنویسید.

ج) با توجه به نمودارهایی که رسم کردید. نامعادله $f(2x) \geq f(1-x)$ را حل کنید.



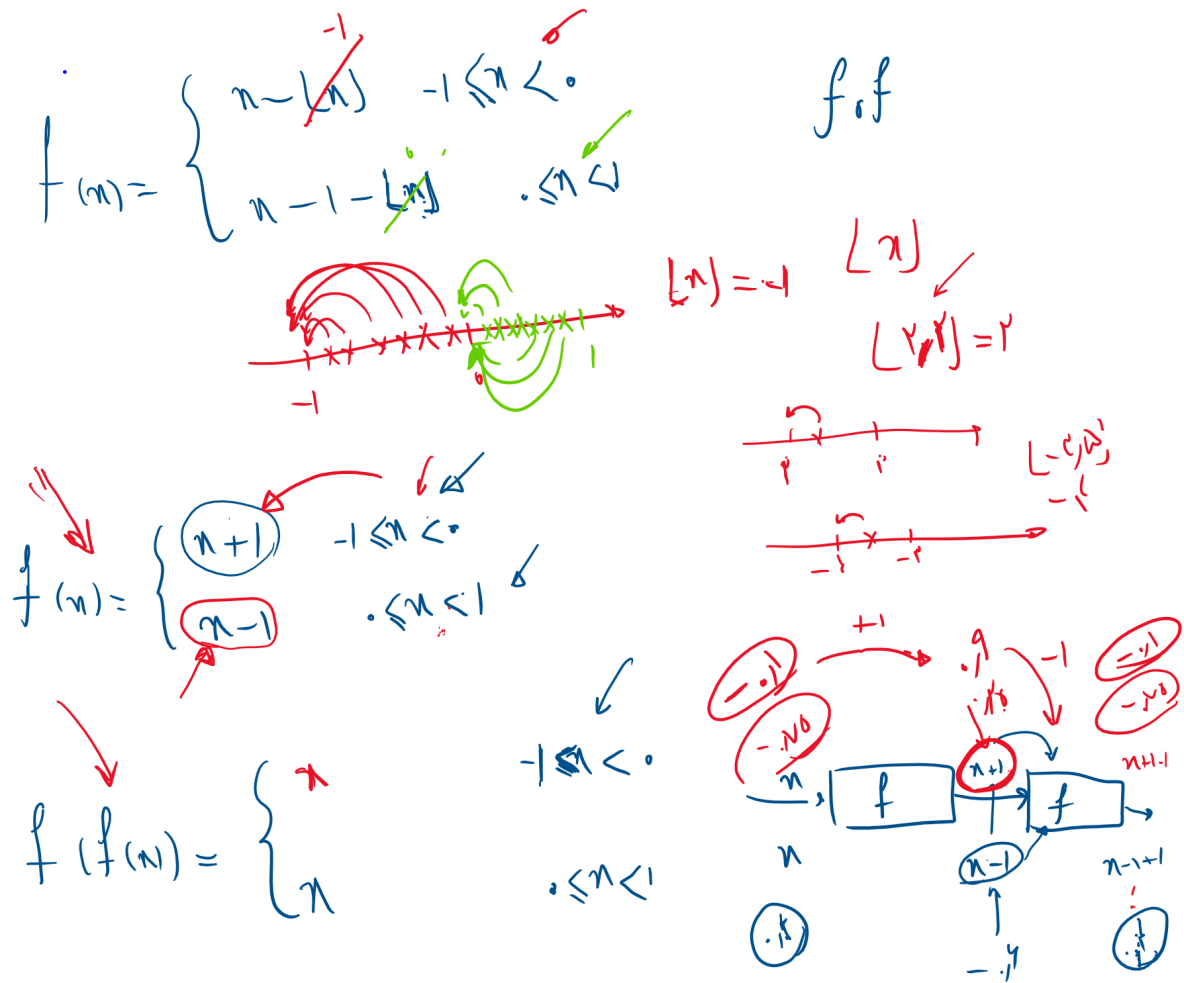
د) نمودار تابع $\left| 2f(1-x) - \frac{1}{4} \right|$ را رسم کنید.

ه) مقدار m را به گونه ای پیدا کنید تا معادله $\left| 2f(1-x) - \frac{1}{4} \right| = m$ ، چهار جواب داشته باشد.

(د) ابتدا ضابطه تابع
$$h(x) = \begin{cases} x - [x] & -1 \leq x < 0 \\ x - 1 - [x] & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$
 را ساده کنید و سپس نمودار آن را رسم کنید.

۵) مقدار $hoh\left(\frac{1}{2}\right)$ ، $hoh\left(-\frac{1}{4}\right)$ ، $hoh\left(-\frac{1}{5}\right)$ و $hoh\left(-\frac{1}{8}\right)$ را بدست آورید.

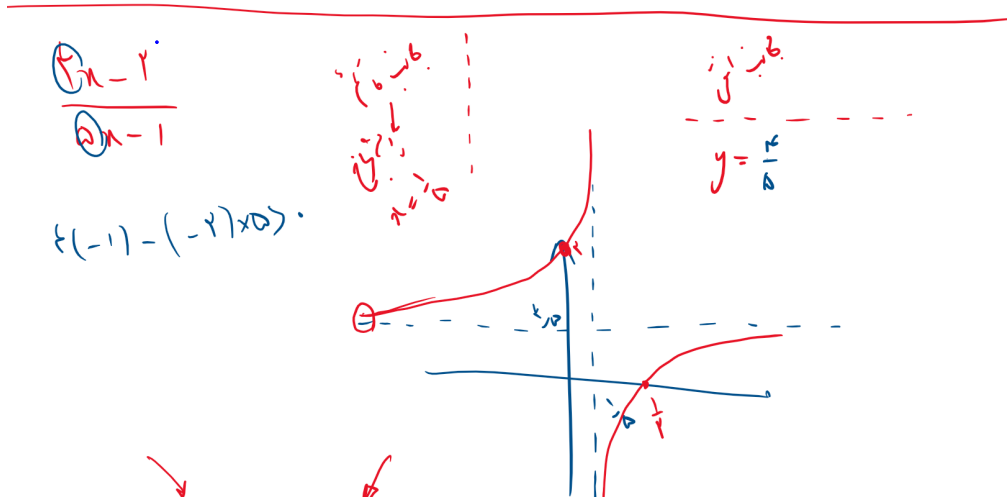
۶) ضابطه تابع $hoh(x)$ را بدست آورده و سپس نمودار آن را رسم کنید.



دبیرستان پسرانه غیردولتی هاتف	سال: دهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۳
	درس: ریاضی	نام و نام خانوادگی:
	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آزمون پایان نوبت اول

تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ را در نظر بگیرید:

الف) نمودار این تابع را رسم کنید.



ب) معادله $f \circ f(x) - f(x) = 5$ را حل کنید.

$$f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$$

$$g(x) = \frac{2x-1}{2x-3}$$

$$f(g(x)) = f(g) = \frac{2g-1}{2g-3} = \frac{2(\frac{2x-1}{2x-3})-1}{2(\frac{2x-1}{2x-3})-3} = \frac{2x-1}{2x-3} = g(x)$$

$$f(f(x)) = f(f) = \frac{2f-1}{2f-3} = \frac{2(\frac{2x+1}{2x-3})-1}{2(\frac{2x+1}{2x-3})-3} = \frac{2x-3}{2x-3} = 1$$

اگر $f(f(x)) = x^2 - x + 1$ باشد.

الف) دو عدد مانند α, β مثال بزنید که $f(f(\alpha)) = f(f(\beta))$ باشد.

ب))

$$f(x) \times f(y) = x \times y \quad \xrightarrow{x=y=1} \quad f(1) \times f(1) = 1 \rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) \times f'(x) = x \times 1 \rightarrow f(x) \times 1 = x \rightarrow f(x) = x$$

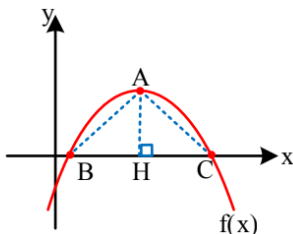
ج) مقدار

$$f(f(x) - y) + 2f(x) = 3x - y \quad \xrightarrow{y=f(x)} \quad f(f(x) - f(x)) + 2f(x) = 3x - f(x)$$

$$f(0) + 2f(x) = 3x - f(x) \rightarrow 3f(x) = 3x - f(0)$$

$$\xrightarrow{x=0} 3f(0) = 0 - f(0) \rightarrow 4f(0) = 0 \rightarrow f(0) = 0$$

نمودار تابع $f(x) = -x^2 + ax + b$ به صورت زیر است. اگر ارتفاع AH برابر قاعده BC باشد. مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

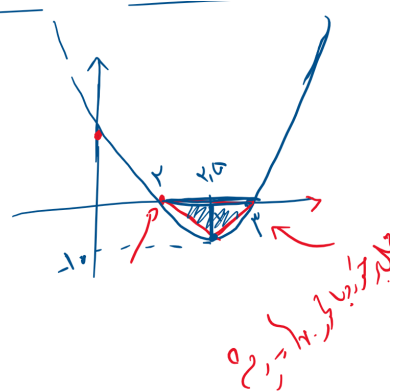


$$f(x) = y = -x^2 + ax + 11$$

$$f(1) = 0 \rightarrow 2V + 11 = 0 \rightarrow a = -12$$

$$y = -x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$x^2 + 12x - 11 = 0 \rightarrow (x-1)(x+11) = 0$$



دبیرستان پسرانه غیردولتی هاتف 	سال: دهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۳
	درس: ریاضی	نام و نام خانوادگی:
	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	آزمون پایان نوبت اول