



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ش ساعت امتحان: ۸:۳۰ صبح
وقت امتحان: ۷۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۸
تعداد برگ سوال: ۱ برگ

نوبت امتحانی: خرداد ماه

دبیرستان هاتف (دوره دوم)

ش صندلی (ش داوطلب):

رشته: ریاضی -

پایه: ۳

نام و نام خانوادگی:

سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

نام دبیر: جناب آقای هوشیاری

سؤال امتحان درس: هندسه تحلیلی

ردیف	سوال	نمره
۱	قرینه بردار $a = j + 3k$ را نسبت به بردار $b = i - k$ بدست آورید.	۲
۲	اگر $2x + y + 2z = 9$ ، می نیم $x^2 + y^2 + z^2$ را بیابید. به ازای چه مقادیری از x, y, z این می نیم رخ می دهد؟	۲
۳	فاصله نقطه $A = (1, -1, 1)$ را از خط $l: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ بدست آورید.	۲
۴	معادله صفحه ای را بنویسید که شامل خط $\frac{x+3}{2} = y-1 = \frac{z-2}{-3}$ بوده و بر صفحه $2x + 3y - z + 1 = 0$ عمود باشد.	۲
۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $(2, -2)$ بوده و بر خط $y = x + 4$ مماس باشد.	۲
۶	با استفاده از دوران محورها به اندازه مناسب، نوع مقطع مخروطی $x^2 + xy + y^2 - 6 = 0$ را تعیین کنید.	۲
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس باشد، حاصل A^{100} را تعیین کنید.	۲
۸	بدون بسط دادن و با استفاده از ویژگیهای دترمینان ثابت کنید که $\begin{vmatrix} a+1 & 2 & 3 \\ 1 & a+2 & 3 \\ 1 & 2 & a+3 \end{vmatrix} = a^2(a+6)$	۲
۹	اگر A, B ماتریس های مربعی و هم مرتبه باشند به طوری که $A + B = AB$ ، ثابت کنید که اگر A وارون پذیر باشد، B نیز وارون پذیر است و داریم $A^{-1} + B^{-1} = I$.	۲
۱۰	دستگاه سه معادله و سه مجهولی زیر را با روش گاوس حل کنید. $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x - y + z = 1 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$	۲
۲۰ نمره	موفق و مؤید باشید -	

☒ پاسخ نامه سفید داده شود.

☐ پاسخ سوالات در روی برگ سوال نوشته شود، نیاز به پاسخ نامه سفید ندارد.

ردیف	سوال	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
1		$a'' = \frac{2ab}{ b ^2} b - a = \frac{2(-3)}{2}(1, 0, -1) - (0, 1, 3) = (-3, -1, 0)$	2
2	از نابرابری کشی-شوارتز داریم $ ab \leq a b $ پس اگر قرار دهیم $a = (x, y, z), b = (2, 1, 2)$ داریم: $ ab ^2 \leq a ^2 b ^2 \Rightarrow 2x + y + 2z ^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2) \times 9$ $\Rightarrow \text{Min}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{81}{9} = 9$		2
3		$B = (0, 0, 0), u = (1, 2, 3) \Rightarrow h = \frac{ AB \times u }{ u } = \frac{\sqrt{25 + 4 + 9}}{\sqrt{1 + 4 + 9}} = \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{14}}$	2
4		$N = u \times N' = (2, 1, -3) \times (2, 3, -1) = (8, -4, 4), A \in L \Rightarrow A = (-3, 1, 2)$ $P: \lambda(x + 3) - \xi(y - 1) + \xi(z - 2) = 0$	2
5		$R = I = \frac{ 2 + 2 + 4 }{\sqrt{1 + 1}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 32$	2
6	در این معادله داریم: $a = 1, b = 1, c = 1$. این مقادیر را در معادله زیر قرار می دهیم: $n^2 - (a + c)n + \frac{b^2 - \xi ac}{-\xi} = 0 \Rightarrow n^2 - 2n + \frac{3}{\xi} = 0 \Rightarrow n = \frac{3}{2}, n = \frac{1}{2}$ بنابراین معادله مقطع یک بیضی به صورت های زیر است: $\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 6 = 0, \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2 - 6 = 0$		2
7		$A = \frac{1}{2}R_{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow A^{100} = \frac{1}{2^{100}} R_{100 \times \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2^{100}} R_{\frac{50\pi}{2}} = \frac{1}{2^{100}} R_{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2^{100}} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	2
8	اعمال زیر را به ترتیب روی این دترمینان انجام دهید. ۱) $-R_2 \rightarrow R_3, 2) -R_1 \rightarrow R_2, 3) C_2 + C_3 \rightarrow C_1, 4) -C_1 \rightarrow C_3, 5) -C_1 \rightarrow C_3$		2
9		$A + B = AB \Rightarrow A^{-1}(A + B) = A^{-1}(AB) \Rightarrow I + A^{-1}B = B \Rightarrow I = IB - A^{-1}B = (I - A^{-1})B \Rightarrow B^{-1} = I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} + B^{-1} = I$	2
10		$1) -R_1 \rightarrow R_3, 2) -2R_1 \rightarrow R_2, 3) \frac{1}{2}R_2 \rightarrow R_3$ $z = -2, y = -5, x = -1$. پس از انجام اعمال زیر داریم:	2