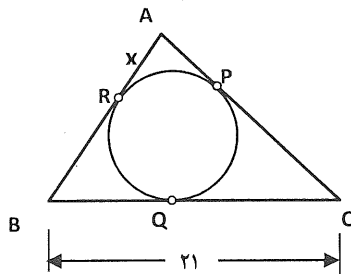


جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۱۰:۳۰ صبح  
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۳ / ۲۱  
تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

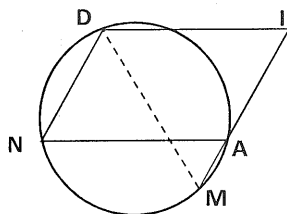
ش صندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره دوم) نوبت امتحانی: خرداد ماه  
نام و نام خانوادگی: پایه: یازدهم رشته: ریاضی  
سؤال امتحان درس: هندسه نام دبیر: جناب آقای کریمی سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

۱۱۵



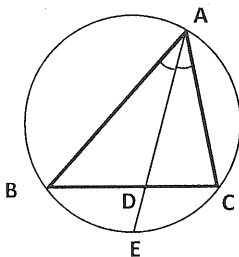
- ۱- در شکل مقابل، ضلع‌های مثلث  $ABC$  در نقطه‌های  $P$ ،  $Q$  و  $R$  بر دایره مماس هستند. اگر محیط مثلث  $ABC$  برابر ۵۴ باشد، با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول پاره خط  $AR$  را تعیین کنید.

۱۱۵



- ۲- در شکل روبه‌رو، چهارضلعی  $DIAN$  یک متوازی‌الاضلاع است و نقطه‌های  $I$ ،  $A$  و  $M$  روی یک خط راست قرار دارند. ثابت کنید:

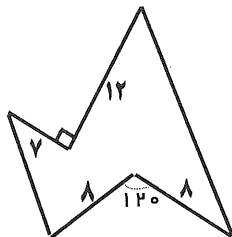
$$DM = DI$$



- ۳- در شکل روبه‌رو،  $\widehat{BE} = \widehat{EC}$  است. ثابت کنید:

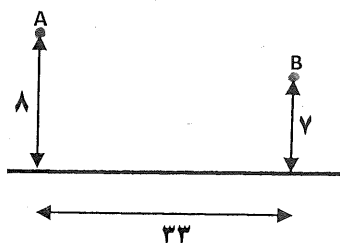
$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

- ۴- یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، بر دایره‌ای به شعاع  $R = 3$  محیط است. اگر مساحت دوزنقه ۴۵ واحد مربع باشد، طول ساق آن را بیابید.



- ۵- یک زمین کشاورزی را به صورت شکل مقابل در نظر بگیرید. مساحت این زمین را با استفاده از تبدیل‌ها حداکثر چند واحد می‌توان افزایش داد، طوری که محیط آن تغییر نکند؟

- ۶- در شکل مقابل می‌خواهیم از شهر  $A$  به رودخانه و سپس به شهر  $B$  برویم، به گونه‌ای که به اندازه ۱۳ واحد روی رودخانه به سمت راست حرکت کنیم. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن را بیابید.



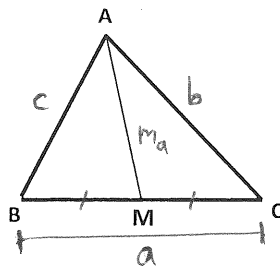
۷- نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  اواسط اضلاع مثلث  $ABC$  اند. تبدیلی را معرفی کنید که مثلث  $ABC$  را به مثلث  $MNP$  تصویر کند.

۸- سه خط دو به دو ناموازی  $L$ ،  $L'$  و  $L''$  در یک صفحه مفروض اند. پاره خطی به طول  $5\text{ cm}$  رسم کنید که دو سر آن روی  $L$  و  $L'$  باشد و موازی  $L''$  باشد.

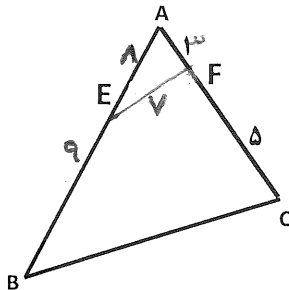
۹- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\angle A = 90^\circ$ ) نیمسازهای درونی زوایای  $B$  و  $C$  همدیگر را در نقطه  $O$  قطع کرده اند. اگر شعاع دایره مماس بر مثلث  $ABC$  برابر  $\sqrt{32}$  باشد، شعاع دایره محیطی مثلث  $BOC$  را بدست آورید.

۱۰- نشان دهید طول هر میانه مثلث  $ABC$  از رابطه زیر بدست می آید:

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$



۱۱- در مثلث به اضلاع  $10$ ،  $11$  و  $12$  طول نیمساز داخلی متوسط را بیابید.



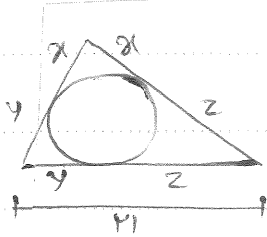
۱۲- در شکل مقابل مساحت چهارضلعی  $BEFC$  را محاسبه کنید.

موفق باشید

# دبیرستان غیردولتی هاتف

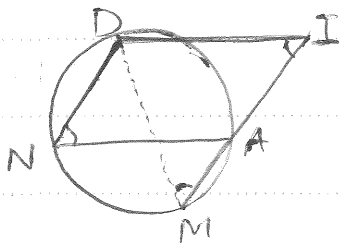
منطقه ۲

محل نمره



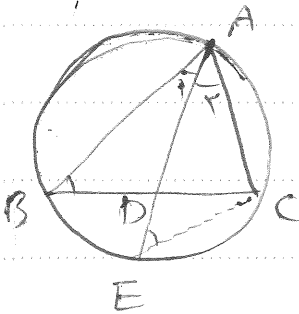
$$\frac{1}{2}P = 2x + 2y + 2z = 54 \rightarrow x + y + z = 27 \quad -1$$

$$\Rightarrow x = 27 - 21 = 6$$



$$\left. \begin{aligned} DI \perp AN \Rightarrow \hat{N} = \hat{I} \\ \hat{M} = \hat{N} \left( = \frac{\widehat{DA}}{r} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M} = \hat{I} \Rightarrow$$

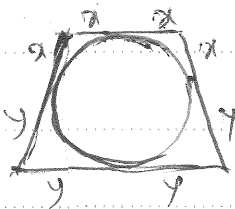
$$DM = DI$$



$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{E} \left( = \frac{\widehat{AC}}{r} \right) \\ A_1 = A_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{ABD} \sim \hat{AEC}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD(AD + DE) = AB \times AC \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} AD^2 = AB \times AC - AD \times DE \\ AD \times DE = BD \times DC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

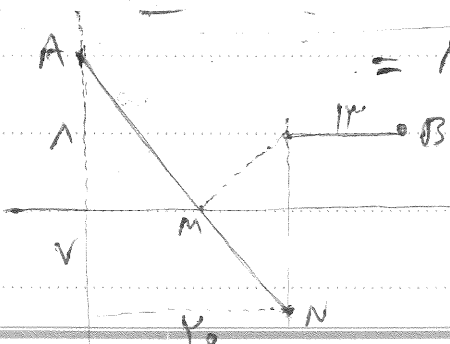


$$r = \frac{S}{P} \rightarrow r = \frac{45}{P} \Rightarrow P = 15 \Rightarrow \frac{1}{2}P = 7.5 \quad -2$$

$$\Rightarrow 4x + 4y = 30 \Rightarrow x + y = 7.5$$

$$\text{مساحت} = 2 \left( \frac{1}{2} \times 17 \times 12 \right) + 2 \left( \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \sin 120^\circ \right) \quad -3$$

$$= 182 + 324\sqrt{3}$$

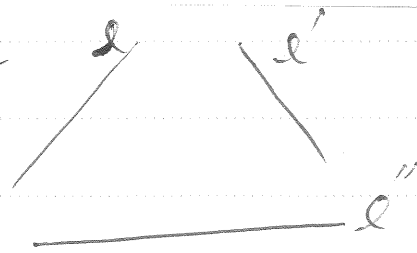
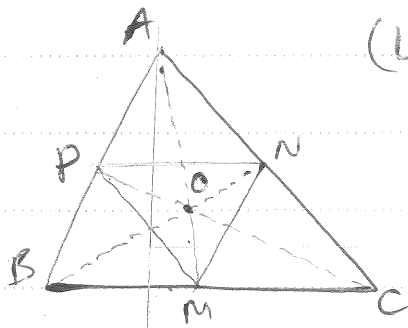


$$AN = \sqrt{(10)^2 + (13)^2} = 17$$

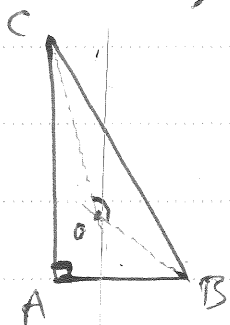
$$17 + 13 = 30$$

-4

۷- مجانب مرکز نقطه O (در برخورد میانها)  
 با شیب  $k = -\frac{1}{3}$



خط l را با برداری موازی l'' به طول 5cm انتقال دهیم تا خط l'، (در نقطه B قطع  
 پس نقطه B را با انعکاس این انتقال جایگاه کنیم تا به نقطه A برسیم.  
 پاره خط AB همان خط مورد نظر است.



۹-  $\hat{O} = 180^\circ - \frac{B}{2} - \frac{C}{2} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

وتر BC قطر دایره محیطی مثلث ABC است. پس:

$$BC = 2\sqrt{2}$$

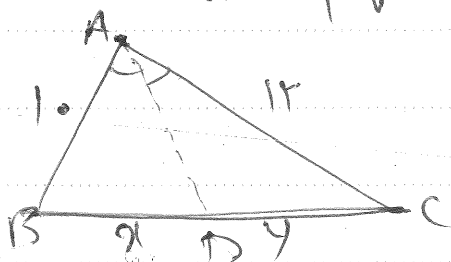
$$\triangle BOC: \frac{BC}{\sin \hat{O}} = 2R \Rightarrow 2R = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 135^\circ} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4$$

$$\triangle AMB: c^2 = m_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2m_a\left(\frac{a}{2}\right)\cos M_1 \quad \text{--- 10}$$

$$\triangle AMC: b^2 = m_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2m_a\left(\frac{a}{2}\right)\cos M_2$$

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 2b^2 + 2c^2 = 4m_a^2 + a^2 \Rightarrow$$

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$



$$\frac{x}{y} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}, x+y=13 \Rightarrow x=5, y=8$$

$$AD^2 = 10 \times 12 - 5 \times 8 = 90 \Rightarrow AD = 3\sqrt{10}$$

$$\cos A = \frac{48+9-49}{2 \times 10 \times 12} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ$$

$$S_{BEFC} = \frac{1}{2}(14)(12)\sin 60^\circ - \frac{1}{2}(12)(3)\sin 60^\circ = 21\sqrt{3}$$