

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۱۱ صبح
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶ / ۱۰ / ۱۸
تعداد برگ سوال: یک برگ

ش صندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره ی دوم) نوبت امتحانی: دی ماه
نام و نام خانوادگی: نام پدر: پایه: یازدهم رشته: تجربی
سؤال امتحان درس: ریاضی نام دبیر: جناب آقای باغ شیخی سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

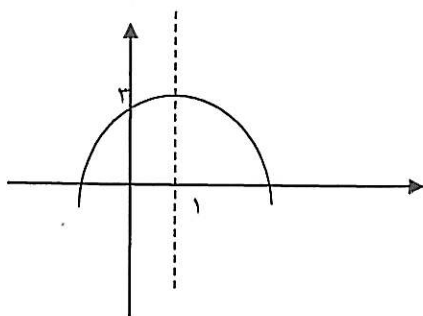
۱- پاره خط AB با دو انتهای $(۳, ۱)$ و $(-۱, ۷)$ قطر یک دایره است. مساحت آن چقدر است؟

۲- دو ضلع از مستطیلی روی خط های $۳x - ۲y - ۵ = ۰$ و $۲x + ۳y + ۶ = ۰$ قرار دارند و نقطه $(-۲, ۱)$ یک راس این مستطیل است.

مساحت این مستطیل چقدر است؟

۳- به ازای چه مقادیری از a معادله درجه دوم $x^2 - ۲(a - ۲)x + ۱۴ - a = ۰$ دو ریشه مثبت دارد؟

۴- نمودار تابع $y = -۲x^2 + bx + c$ شکل روبرو است. بیشترین مقدار این تابع را بدست آورید.



۵- معادلات زیر را حل کنید:

الف) $\sqrt{x - \sqrt{x + 1}} = ۱$

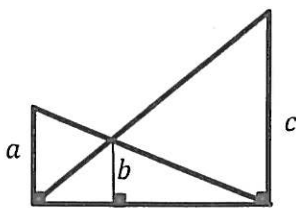
ب) $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$

۶- یکی از دانش آموزان کلاس یازدهم تجربی عبارت زیر را به عنوان یک قضیه کلی بیان می کند:

"چهارضلعی ای که دو ضلع برابر و دو ضلع موازی داشته باشد، حتما متوازی الاضلاع است."

اما حسنی با مثال نقضی هوشمندانه این حکم کلی را رد می کند. چهارضلعی ای که مثال نقض جمله بالاست چیست؟

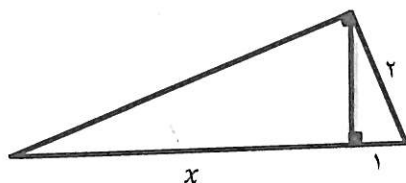
۷- در شکل زیر ثابت کنید: $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b}$



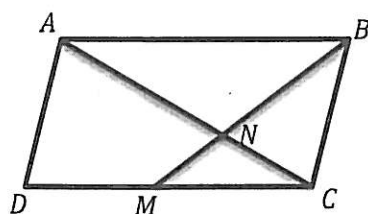
۸- نقطه O روی خط L قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه O به فاصله ۳ و از خط L به فاصله ۲ باشد.

۹- در هر مثلث ثابت کنید عمود منصف اضلاع در یک نقطه هم‌رسند.

۱۰- در شکل مقابل مقدار x را بدست آورید.



۱۱- در متوازی الاضلاع $ABCD$ نقطه M وسط ضلع CD است. اگر قطر AC پاره خط BM را در نقطه N قطع کند، مساحت مثلث MCN



چه کسری از مساحت مثلث ANB است؟

۱۲- دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ را بدست آورید.

۱۳- اگر $[x^2] = 0$ و $x \neq 0$ باشد، حاصل $[-x^2] + [-x^6] + [-x^8] + \dots + [-x^{20}]$ را بدست آورید.

۱۴- اگر $f(x) = -\frac{a}{x-2} + 2$ و $f^{-1}(4) = 5$ مقدار a را بدست آورید.

۱۵- تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه $(a, +\infty)$ مفروض است.

الف) کمترین مقدار a را بدست آورید.

ب) دو تابع f, f^{-1} در چند نقطه متقاطعند.

۱۶- نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.

۱۷- اگر $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ و $g(x) = \{(-1, 2), (0, 1), (2, 0), (1, 1)\}$ باشد، تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ را مشخص کنید.

۱۸- وقتی عقربه ساعت شمار به اندازه $\frac{7\pi}{8}$ رادیان دوران می‌کند، چند دقیقه زمان سپری شده است؟

۱۹- یکی از زوایای مثلثی ۷۲ درجه و زاویه دیگر آن $\frac{7\pi}{15}$ است. زاویه سوم مثلث را برحسب رادیان بدست آورید.

بارم

$$1- \overline{AB} = \sqrt{(3+1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{16} = 4 = 2r \rightarrow r = \sqrt{4} \rightarrow S = \pi r^2 = \pi \times 4$$

$$2- \frac{|3(-2) - 2(1) - 5|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \quad \frac{|2(-2) + 3(1) + 4|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

$$\rightarrow S = \sqrt{13} \times \frac{5}{\sqrt{13}} = 5$$

$$3- \Delta > 0 \rightarrow 4(a-1)^2 - 4(14-a) > 0 \xrightarrow{:\div 4} a^2 - 4a + 4 - 14 + a > 0$$

$$\rightarrow a^2 - 3a - 10 > 0 \rightarrow (a-5)(a+2) > 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c} - & + & - \\ \hline -2 & 0 & 5 \end{array}$$

$$\rightarrow a \in (-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$$

$$4- x = 1 = \frac{-b}{r_a} = \frac{-b}{-4} \rightarrow b = 4$$

$$\rightarrow y = -2x^2 + 4x + 3 \rightarrow S = \left(\frac{-b}{r_a}, \frac{-\Delta}{4r_a} \right)$$

$$(0, 3) \rightarrow 3 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 3$$

$$= (1, 5)$$

$$5 = y_s \text{ (نقطهٔ سرجی)}$$

$$5- \text{الف)} x - \sqrt{x+1} = 1 \rightarrow x-1 = \sqrt{x+1} \xrightarrow{x \geq -1} x^2 - 2x + 1 = x+1 \rightarrow x^2 = 3x \rightarrow x = 0, 3$$

ببخاطر اینکه $x \geq -1$ و $x = 0$ قابل قبول نیست! $\boxed{x=3}$ و در ادامه هم صحت می‌نند.

$$ب- \frac{x - \cancel{x-1}}{x(x+1)} = \frac{\cancel{x+2} - \cancel{x+1}}{(x-1)(x+2)} \rightarrow -(x-1)(x+2) = 3x(x+1) \rightarrow -(x^2 + x - 2) = 3x^2 + 3x$$

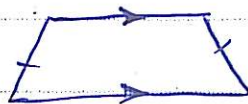
$$\rightarrow 0 = 4x^2 + 4x - 2 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 32}}{8} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{3}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

نمره ورقه:	به حروف:	نمره تجدید نظر (به عدد):	به حروف:
نام/نام خانوادگی دبیر:	تاریخ/امضاء:	نام/نام خانوادگی دبیر:	تاریخ/امضاء:

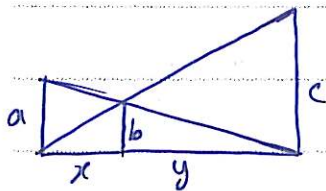
جمع کل

موفق باشید

بارم



۶- زوایای متقابل



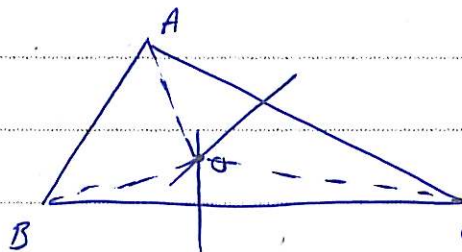
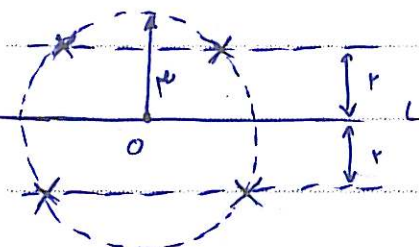
$$\frac{b}{a} = \frac{y}{x+y}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{x}{x+y}$$

$$\xrightarrow{+} \frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{x+y}{x+y} = 1$$

$$\rightarrow b\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) = 1 \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b}$$

۸- ۴ نقطه



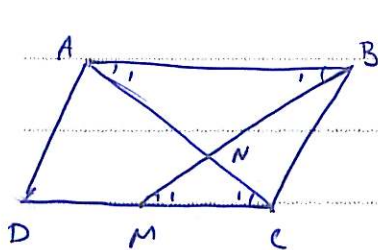
۹- عمود منصف AC، BC را هم می‌بینیم، عمود را دره قطع کند

$$\left. \begin{array}{l} AC \text{ عمود منصف } \rightarrow AO = OC \\ BC \text{ عمود منصف } \rightarrow OB = OC \end{array} \right\} \rightarrow AO = OB$$

AB عمود منصف O

$$r = 1 \times (x+1) \rightarrow x = 3$$

۱۰-



$$\left. \begin{array}{l} C_1 = A_1 \\ B_1 = M_1 \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ANB \sim \triangle NMC \rightarrow \frac{AN}{NM} = \frac{AB}{MC} = r$$

$$\rightarrow \frac{S_{MCN}}{S_{ANB}} = r^{-2} = r^{-1} = \frac{1}{r}$$

نمره ورقه:	به حروف:	نمره تجدید نظر (به عدد):	به حروف:
نام/نام خانوادگی دبیر:	تاریخ/امضاء:	نام/نام خانوادگی دبیر:	تاریخ/امضاء:

جمع کل

موفق باشید

بارم

$$\frac{x-1}{x-3} \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|cc} & 1 & 3 \\ \hline & + & - & + \end{array}$$

$$\frac{2-x}{x} \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|cc} & 0 & 2 \\ \hline & - & + & - \end{array}$$

- ۱۲

$$\cap \rightarrow x \in (0, 1]$$

$$[x^2] = 0 \rightarrow 0 \leq x^2 < 1 \rightarrow 0 \leq x^4 < 1, 0 \leq x^6 < 1, \dots, 0 \leq x^{2k} < 1$$

- ۱۳

$$\rightarrow [-x^4] + [-x^6] + \dots + [-x^{2k}] = (-1) + (-1) + \dots + (-1) = -9$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow f(0) = 4 \rightarrow \frac{-a}{2} + 4 = 4 \rightarrow a = -4$$

- ۱۴

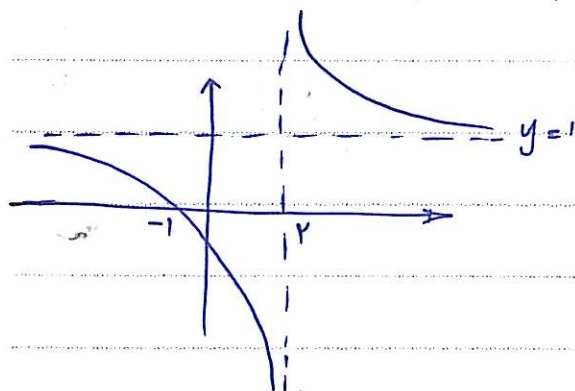
$$\frac{-2}{2x+1} = a \rightarrow a = -1$$

(۱۵ - الف)

$$x^2 + 2x + 1 = x \rightarrow x^2 + x + 1 = 0$$

$$f(x) = x \leftarrow \text{تابع صعودی است}$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{تقریباً بر خود ندارند}$$



$$1 \times (-2) - 1 \times 1 = -3 < 0 \rightarrow \text{نزد}$$

- ۱۶

$$\frac{f}{g}(x) = \{ (0, 0), (1, \sqrt{3}) \}$$

- ۱۷

$$\begin{array}{c|c} 2R & 4 \\ \hline \frac{3R}{x} & \frac{4Q}{F} \end{array}$$

$$\rightarrow \frac{4Q}{F} = 11, 20 \text{ min}$$

- ۱۸

$$\frac{3R}{1} = 5F \quad 12 + 5F = 124 \rightarrow \hat{C} = 18, 124 = 5F \rightarrow \frac{3R}{1}$$

- ۱۹